

DERIVADAS PARCIALES

Prerequisitos:

Para el desarrollo de este trabajo se tiene que tener en cuenta la necesidad inevitable de conocer y dominar el concepto teórico y la práctica de las derivadas de funciones de una variable, tal como se desarrolla en los cursos de análisis I.

Funciones de dos variables:

En la siguiente función podemos ver que aparecen dos variables, x e y .

$$f(xy) = xy$$

Para determinar las derivadas parciales debemos considerar que solo una de las dos variables funciona como tal, la otra funcionará entonces como constante.

Función $f(xy)$	variable	Constante	forma	derivada
xy	y	$x=a$	ay	a
xy	x	$y=b$	bx	b

Según lo visto tendremos dos derivadas parciales posibles:

$$\frac{\partial[f(xy)]}{\partial x} = \frac{\partial(xy)}{\partial x} = y \quad \text{y por otra parte} \quad \frac{\partial[f(xy)]}{\partial y} = \frac{\partial(xy)}{\partial y} = x$$

En la siguiente función podemos ver que aparecen dos variables, x e y .

$$f(xy) = 5xy$$

Aquí las variables también serán x e y pero aparece una nueva constante permanente que es el número 5.

Función $f(xy)$	variable	Constante	forma	derivada
$5xy$	y	$5x=5a$	$5ay$	$5a$
$5xy$	x	$5y=5b$	$5bx$	$5b$

Nuevamente tendremos dos derivadas parciales posibles:

$$\frac{\partial [f(xy)]}{\partial x} = \frac{\partial (5xy)}{\partial x} = 5y \quad \text{y por otra parte} \quad \frac{\partial [f(xy)]}{\partial y} = \frac{\partial (5xy)}{\partial y} = 5x$$

Otro ejemplo más elaborado

$$f(xy) = 5x^2y^3$$

Función f(xy)	variable	Constante	forma	derivada
$5x^2y^3$	y	$a = 5x^2$	ay^3	$3ay^2$
$5x^2y^3$	x	$b = 5y^3$	bx^2	$2bx$

$$\frac{\partial [f(xy)]}{\partial x} = \frac{\partial (5x^2y^3)}{\partial x} = 2 \cdot 5xy^3 = 10x^2y^3 \quad \text{y por otra parte} \quad \frac{\partial [f(xy)]}{\partial y} = \frac{\partial (5x^2y^3)}{\partial y} = 3 \cdot 5x^2y^2 = 15x^2y^2$$

Una forma práctica consiste en encerrar la parte constante entre llaves y manejarla como un número, de la siguiente manera:

$$f(xy) = 5x^2y^3 \text{ entonces } \frac{\partial (5x^2y^3)}{\partial x} = \frac{\partial (\{5y^3\}x^2)}{\partial x} = \frac{\{5y^3\} \partial (x^2)}{\partial x} = \{5y^3\} \frac{\partial (x^2)}{\partial x} = \{5y^3\} \cdot 2x = 10x^2y^3$$

$$f(xy) = 5x^2y^3 \text{ entonces } \frac{\partial (5x^2y^3)}{\partial y} = \frac{\partial (\{5x^2\}y^3)}{\partial y} = \frac{\{5x^2\} \partial (y^3)}{\partial y} = \{5x^2\} \frac{\partial (y^3)}{\partial y} = \{5x^2\} \cdot 3y^2 = 15x^2y^2$$

Desde aquí en adelante el estudiante puede estar en condiciones de resolver derivadas parciales de funciones de dos variables empleando los métodos explicados (el que mas le guste), después de resolver varios estará en condiciones encarar la reolución de cualquier clase de derivadas de este tipo usando un método propio que le permita llegar al resultado.

A los efectos de practicar proponemos ejercicios de derivadas parciales de funciones de dos variables, con su resultado al final.

EJERCICIOS

FUNCIONES DE DOS VARIABLES

Hallar las derivadas parciales con respecto a "x" y con respecto a "y" de todas las funciones de la siguiente tabla:

1.- $f(x,y) = x + y$	13.- $f(x,y) = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$
2.- $f(x,y) = 5x + 7y$	14.- $f(x,y) = x\sqrt{y} \ln x$
3.- $f(x,y) = xy$	15.- $f(x,y) = xye^x$
4.- $f(x,y) = \frac{x}{y}$	16.- $f(x,y) = \frac{3x^2}{2y^3}$
5.- $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$	17.- $f(x,y) = \frac{8x^7}{7y^8}$
6.- $f(x,y) = 7x^2y^3$	18.- $f(x,y) = 3e^x\sqrt{x} \ln y$
7.- $f(x,y) = 3x^2 + 2y^3$	19.- $f(x,y) = 3\ln x \cdot \ln y$
8.- $f(x,y) = \sqrt{xy}$	20.- $f(x,y) = 3\ln x + 5\ln y$
9.- $f(x,y) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x}$	21.- $f(x,y) = \frac{xy}{x+y}$
10.- $f(x,y) = \frac{2ax^3}{3by^2}$	22.- $f(x,y) = \frac{e^x}{\sqrt{y}}$
11.- $f(x,y) = \frac{\ln y}{xy^2}$	23.- $f(x,y) = \frac{ye^x}{xe^y}$
12.- $f(x,y) = xe^y y + y^2 \ln x$	24.- $f(x,y) = (x^2 + y)(x - y^2)$

FUNCIONES DE TRES VARIABLES

Hallar las derivadas parciales con respecto a "x", con respecto a "y" de y con con respecto a "z" todas las funciones de la siguiente tabla:

1.- $f(x,y,z) = x + y + z$	6.- $f(x,y,z) = +z(x+y) + y(x+z)$
2.- $f(x,y,z) = xy + yz$	7.- $f(x,y,z) = 3xe^y \ln z$
3.- $f(x,y,z) = (x+y)(x+z)$	8.- $f(x,y,z) = (x+y)(x+z)(y+z)$
4.- $f(x,y,z) = \frac{x+yz}{y+z}$	9.- $f(x,y,z) = \frac{x+y+z}{xyz}$
5.- $f(x,y,z) = \frac{x+ye^z}{y^2+z}$	10.- $f(x,y,z) = \frac{xyz}{x+y+z}$

©Rubén Víctor Innocentini-6/4/2010