

PROBLEMAS RELATIVOS A MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- 1.- Se desea construir un depósito de aceite de forma de cilindro circular con capacidad para 10 litros. Determinar las dimensiones para que se requiera la menor cantidad de material.
- 2.- Se tiene un alambre de 1 metro de longitud, se tratará de cortarlo en dos partes de manera que con una de ellas se construya un cuadrado y con la otra una circunferencia. Calcular como se deberá efectuar el corte para que la suma de las áreas logradas sea máxima.
- 3.- Calcular el valor del área máxima de un rectángulo que tenga su base sobre el eje x y sus otros dos vértices sean puntos comunes con la curva $y = 12 - x^2$.
- 4.- Con un rollo de alambre de 300 metros se desea limitar un sector de campo con forma de rectángulo. Para limitar uno de los lados se aprovecha un curso de agua rectilíneo. Cuáles deben ser las dimensiones de los lados del rectángulo para que limite la mayor área posible?
- 5.- Con una superficie de lámina metálica de 10 metros cuadrados se desea construir un tanque de agua de base cuadrada y paredes verticales, sin tapa. Calcular las dimensiones del tanque para que el volumen obtenido sea el máximo posible.
- 6.- Se debe construir un depósito de agua de base cuadrada, sin tapa, para que contenga 32 litros de agua. Hallar las dimensiones que debe tener para que la cantidad de material usada en su construcción sea mínima.
- 7.- Se pretende fabricar un recipiente de fondo cuadrado reforzado, sin tapa, y con paredes perpendiculares para que contenga 96 centímetros cúbicos de un producto. Si el material del fondo cuesta tres veces más por centímetro cúbico que el material de los laterales, hallar las dimensiones para que el costo sea mínimo.
- 8.- Demostrar que entre todos los rectángulos de igual perímetro, el de mayor área es el cuadrado.
- 9.- Hallar dos números positivos tales que su suma sea 6 y el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.
- 10.- Hallar un número positivo x tal que la suma con su recíproco sea mínima.

Recomendaciones para la resolución de este tipo de problemas.

Paso 1: Analizar detenidamente el problema para determinar la cantidad a maximizar o minimizar. En este momento es muy útil la confección de un dibujo adecuado al caso.

Paso 2: Escribir las fórmulas necesarias para la resolución del problema, identificando las variables y las ecuaciones de extremo y de ligadura, colocando en esta última una de las variables en función de la otra, de tal manera que la cantidad a maximizar o minimizar sea la variable dependiente y, naturalmente la otra la dependiente.

Paso 3: Una vez lograda la ecuación de extremo en función de una sola variable independiente se procede a calcular el valor del punto estacionario por el método de la igualación de la derivada primera a cero.

Paso 4: Determinar la condición de máximo o mínimo. En general en estos problemas la condición se obtiene por la sola característica del problema, pero, en caso de que existan varios resultados se usará el criterio de la derivada segunda y en caso de ser necesario se aplicará el análisis sobre el mismo problema.