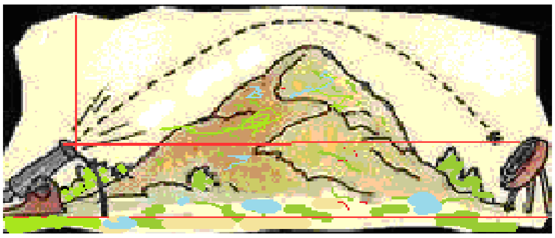
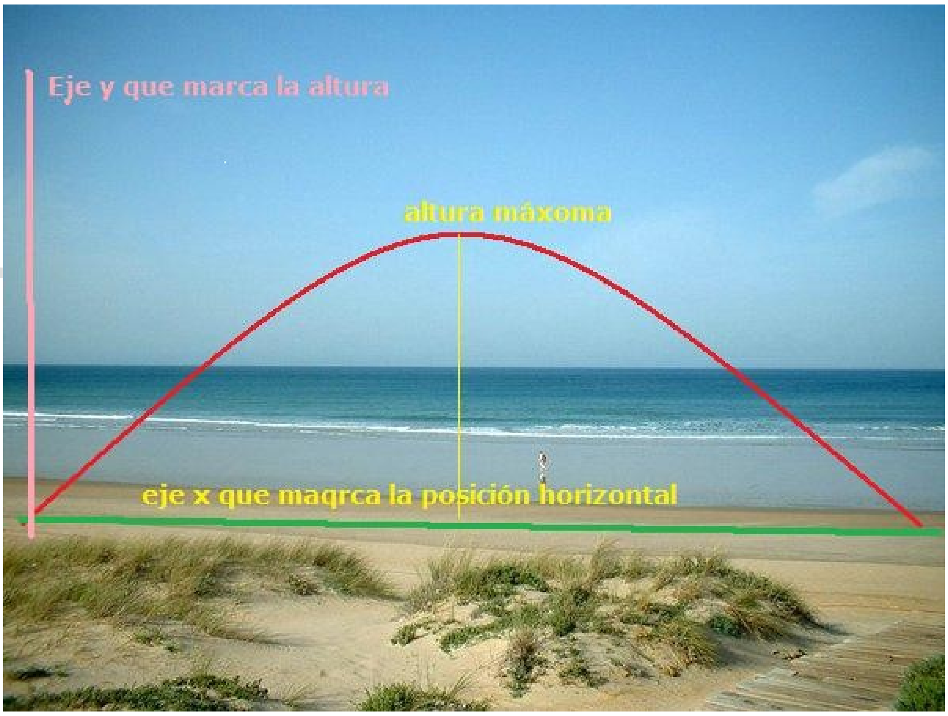
ESTUDIO ELEMENTAL DEL TIRO OBLICUO

En el tiro oblicuo el movimiento del proyectil se produce en el espacio tri-dimensional, se trata de una trayectoria curvilínea, como diferencia esencial con la trayectoria rectilínea de los estudios anteriores.



Para el estudio del tiro oblicuo se debe considerar un sistema de coordenadas cartesianas de tal manera que el eje horizontal coincida con la superficie de la tierra, es decir, un plano horizontal, mientras que el eje vertical corresponde a la altura.



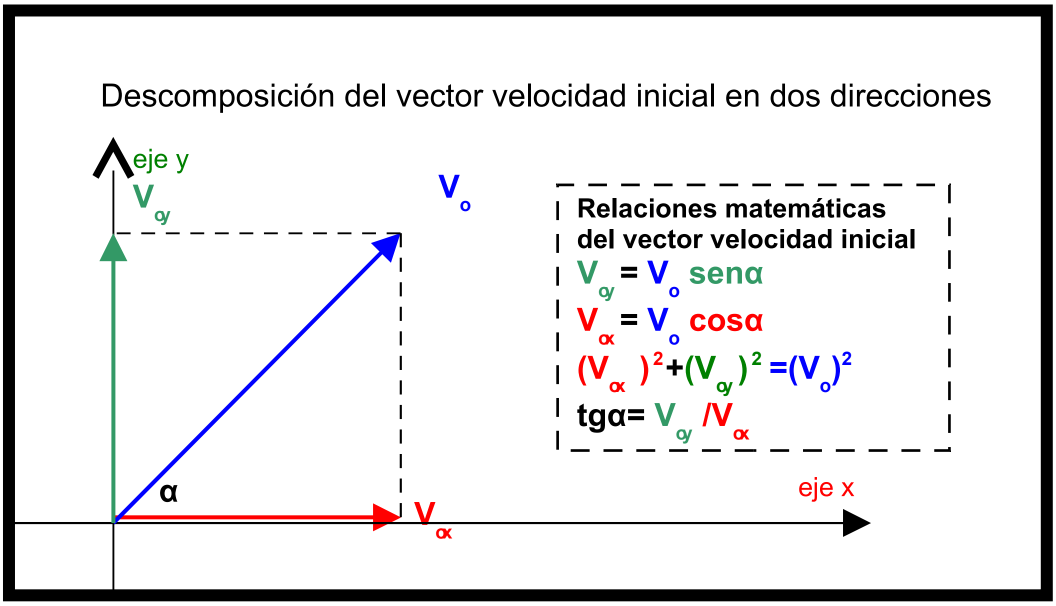
Esta figura muestra en rojo la trayectoria de un cuerpo que describe un movimiento parabólico.

En el punto de partida, a la izquierda, se puede ver el eje horizontal que sirve para marcar la distancia horizontal recorrida por el móvil, este eje es el verde, en otras palabras, el eje x sirve para indicar la primera coordenada de la posición del cuerpo.

Sobre el eje vertical se determina la segunda coordenada de la posición del móvil a medida que transcurre el tiempo. El eje está dibujado en color lila.

Sobre el mismo sistema de coordenadas se descompone la velocidad inicial $\mathbf{V_o}$ según los ejes x e y**.** Esta descomposición se puede ver en la figura siguiente.

Descomposición de la velocidad inicial $\mathbf{V_o}$ de un tiro oblicuo en las direcciones horizontal $\mathbf{V_{ox}}$ y vertical $\mathbf{V_{oy}}$.



Se estudia el tiro oblicuo como combinación de un movimiento horizontal que actúa sobre el eje x y que se caracteriza por ser de velocidad constante, como cuando estudiamos el movimiento rectilíneo uniforme. La otra componente del tiro oblicuo es la vertical que funciona como si se tratara de un tiro vertical. Estos dos movimientos simultáneos producen como resultado un movimiento de trayectoria parabólica.

absoluto			eje horizontal		eje vertical			
v	α	t	x	v_x	y	v_y	a	punto
m/s	°	s	m	m/s	m	m/s	m/s^2	
							-10	
							-10	
							-10	

CATÁLOGO DE FÓRMULAS :

Los números entre paréntesis se usan para numerar las fórmulas

$$(5)\ |a| = |g| = 9.8\,\frac{cm}{s^2} \qquad (7)\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha \qquad (8)\ v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha$$

$$(1)\ v_x = v_0 \cos\alpha \qquad (2)\ v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha + g\,(t - t_0)$$

$$(3)\ x = x_0 + v_0 \cos\alpha\,(t - t_0) \qquad (4)\ y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha\,(t - t_0) + \frac{1}{2} g\,(t - t_0)^2$$

$$(9)\ v_y^2 - (v_{0y} \operatorname{sen}\alpha)^2 = 2g\,(y - y_0) \qquad (6)\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad (7)\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$(10)\ y = y_0 + x \operatorname{tg}\alpha + \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} \qquad (11)\ a = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}(2\alpha)}{g}$$

Ejemplo desarrollado:

Se tira una piedra con velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ **= 28.28m/s** que forma una ángulo de **45°** con respecto a la horizontal.

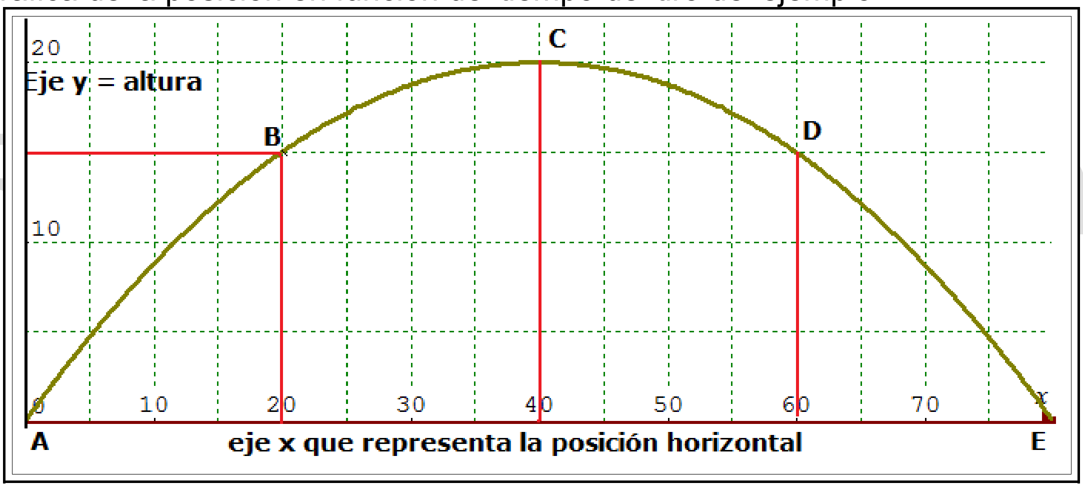
Usando las fórmulas correspondientes a la posición horizontal **x**, a la posición vertical **y,** la velocidad horizontal $\mathbf{v_x}$ y la velocidad inicial $\mathbf{v_y}$ se obtienen los valores de estos elementos en los primeros 4 segundos.

Los números entre paréntesis indican la fórmula del catálogo que se usó para calcular los valores de la columna

Tabla de valores correspondientes al ejemplo (en **negrita** los datos)

absoluto			**eje horizontal**		**eje vertical**			
(6)v	(7)α	t	x(3)	v_x(1)	y(4)	v_y(2)	(5)a	punto
m/s	°	s	m	m/s	m	m/s	m/s^2	
28.28	**45°**	**0**	**0**	**20**	**0**	**20**	**-10**	**A**
22.36	26°33´	1	20	20	15	10	-10	**B**
20	0	2	40	20	20	-5.86	-10	**C**
22.36	-26°33	3	60	20	15	-10	-10	**D**
28.28	-45°	4	80	20	0	-20	-10	**E**

Gráfica de la posición en función del tiempo del tiro del ejemplo



Algunas conclusiones que se obtienen a partir del análisis del problema:

1.- La parábola es simétrica con respecto al eje que contiene la altura máxima.

2.- El módulo de la velocidad absoluta es el mismo en el momento de la partida y en el momento de la llegada a tierra.

3.- El ángulo a la partida es igual al ángulo a la llegada, pero con signo contrario.

4.- En la altura máxima la velocidad vertical es nula.

5.- En la altura máxima la velocidad absoluta es igual a la velocidad horizontal en sentido y módulo.

Problemas:

Problema n° 1) Se lanza una pelota de tal manera que la componente vertical de la velocidad inicial es de 24 m/s y la componente horizontal de la velocidad inicial es de 30 m/s.

1.- Calcular la posición (x,y), las componentes de la velocidad (v_x, v_y), el módulo del vector velocidad y el ángulo que forma este vector con la horizontal a los 2 s. 3 s y 6 s desde el momento de la partida.

2.- Calcular el tiempo necesario para que el proyectil alcance la altura máxima de su trayectoria y la magnitud de la altura en ese momento.

3.- El tiempo que demora la pelota en recobrar su altura inicial y el valor de la distancia horizontal (a) a la cual se encuentra ese punto.

Problema n°2) Desde el suelo se arroja un proyectil con una velocidad inicial de 20 m/s y un ángulo de 30 grados, Calcular:

1.- la altura máxima.
2.- El alcance.
3.- la posición y velocidad 0.5 seg y 1.5 seg después de la salida.

Problema n°3) Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 200 m/s y una inclinación, sobre la horizontal, de 37°. Despreciando la resistencia del aire , calcular:

a) ¿Cuál es la altura máxima (H) que alcanza el proyectil?.
b) ¿A qué distancia (x) del lanzamiento alcanza la altura máxima?.
c) ¿A qué distancia (a) del lanzamiento cae el proyectil?

. **Problema n°4)** Un jugador de fútbol patea una pelota que sale disparada con un ángulo de 25° y una velocidad inicial de 26 m/s. Suponiendo que se trata de un tiro en el vacío calcular:

1) El alcance **a,** o sea la distancia a la cual la pelota toca el suelo.
2) La posición (x,y) correspondiente a la altura máxima alcanzada.
3) La posición (x,y) y velocidad (v_x, v_y, **v**, □) correspondiente al tiempo igual a ¼ del tiempo total de vuelo.

Problema n°5) El proyectil disparado con un arma larga tiene una velocidad de 220 m/s cuando sale del cañón, se pretende que después de recorrer un tiro parabólico haga impacto en el suelo a 1500 metros del punto de partida, calcular el ángulo del disparo y la velocidad con que el proyectil hace impacto con el suelo.

RESPUESTAS:

En las tablas se pueden encontrar las respuestas pedidas y además el cálculo de los demás parámetros del tiro enestudio. Los elementos en rojo correspon-den a los datos, explícitos o implícitos. Los resultados están en azul y los valores en negro son elementos que pueden ser necesarios para llegar a las respuestas, o bien para practicar.

Problema n° 1)

t	x	y	v_x	v_y	v*(modulo)*	▯
s	*m*	*m*	*m/s*	*m/s*	*m/s*	° ’
0	0	0	30	24	38.42	38 39
2	60	28	30	4	30.26	07 35
3	90	27	30	-6	30.59	-11 18
6	180	-36	30	-36	46.86	-50 11
2.4	72	28.8	30	0	30	00 00
4.8	144	0	30	-24	38.42	-38 39

Problema n° 2)

H=5m. 2.- x= 34.6m 3.- en la tabla

t	x	y	v_x	v_y	v*(modulo)*	▯
s	m	m	m/s	m/s	m/s	° ’
0	0	0		10	20	30
0.5	8.65	3.75	17.3	5	18	16 23
1.5	25.95	3.75	17.3	-5	18	-16 23

Problema n° 3)

t	x	y	v_x	v_y	v*(modulo)*	▯
s	*m*	*m*	*m/s*	*m/s*	*m/s*	° ’
0	0	0	159.72	120.36	200	37 00
12.04	1923.03	724.33	159.72	0	159.72	0
24.08	3846.06	0	159.72	-120.36	200	-37 00

Problema n° 4)

t	x	y	v_x	v_y	v*(modulo)*	▯
s	*m*	*m*	*m/s*	*m/s*	*m/s*	° ’
0	0	0	23.56	10.99	26	25 00
1.1	25.92	6.04	23.56	0	23.56	00 00
2.2	51.83	0	23.56	-10.99	26	-25 00
0.55	12.95	4.53	23.56	5.49	24.23	13 07

Problema n°5)

t	x	y	v_x	v_y	v*(modulo)*	▯
s	*m*	*m*	*m/s*	*m/s*	*m/s*	° ’
0	0	0	217.52	32.96	220	08 37
6.89	1500	0	217.52	-32.96	220	08 37