

REVISIÓN DE MATEMÁTICA PARA FINAL DEL CBC

Propiedades de las funciones más usadas:

1. Función lineal
2. función cuadrática
3. función raíz cuadrada
4. función homográfica
5. función exponencial
6. función logarítmica

1.- Función lineal

Ecuación general $y = mx + b$

Descripción **m**: pendiente que se refiere al ángulo α formado por la **recta y el eje** de abscisas **x**. Cuantitativamente **$m = \text{tg } \alpha$**

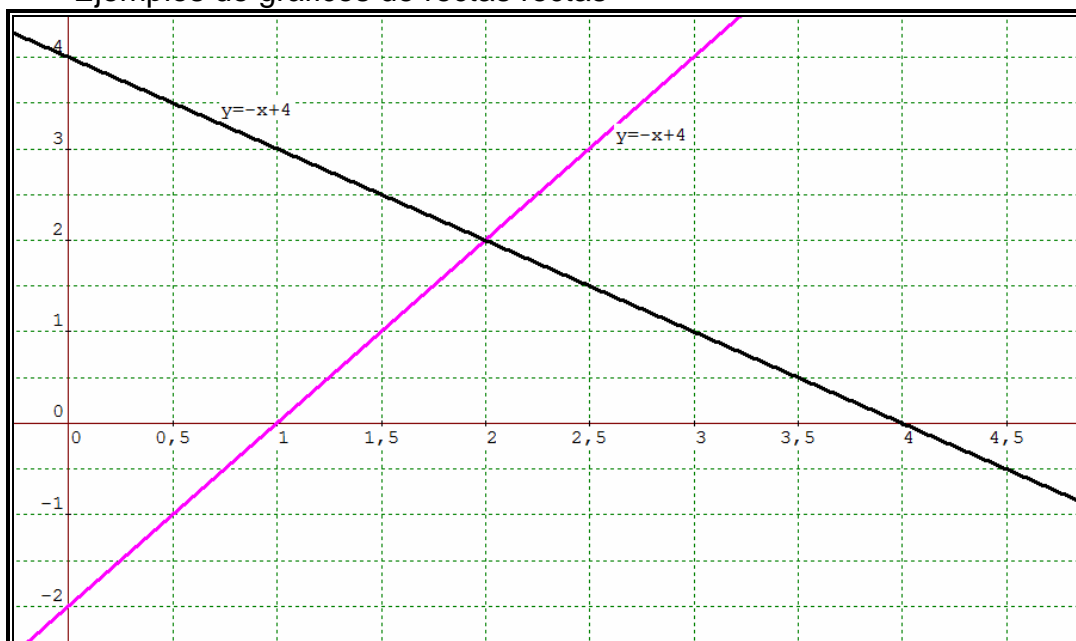
$$\text{Dom}[mx+b] = \mathbb{R} \quad \text{Im}[mx+b] = \mathbb{R} \quad m \neq 0$$

Casos especiales: si **$m = 0$** será **$y = b$** que corresponde a una **recta horizontal** (paralela al eje x), **$x = c$** corresponde a una **recta vertical** o sea paralela al eje y (perpendicular al eje y).

La función lineal tiene dos cortes con los ejes, que son: **la ordenada al origen b** que es el corte con el eje y y una **raíz** que es el corte con el eje de las abscisas, eje x...

Para el trazo de la recta solo se necesitan dos puntos, uno de ellos puede ser el (0;b) que es el corte del eje y con la función lineal.

Ejemplos de gráficos de rectas rectas

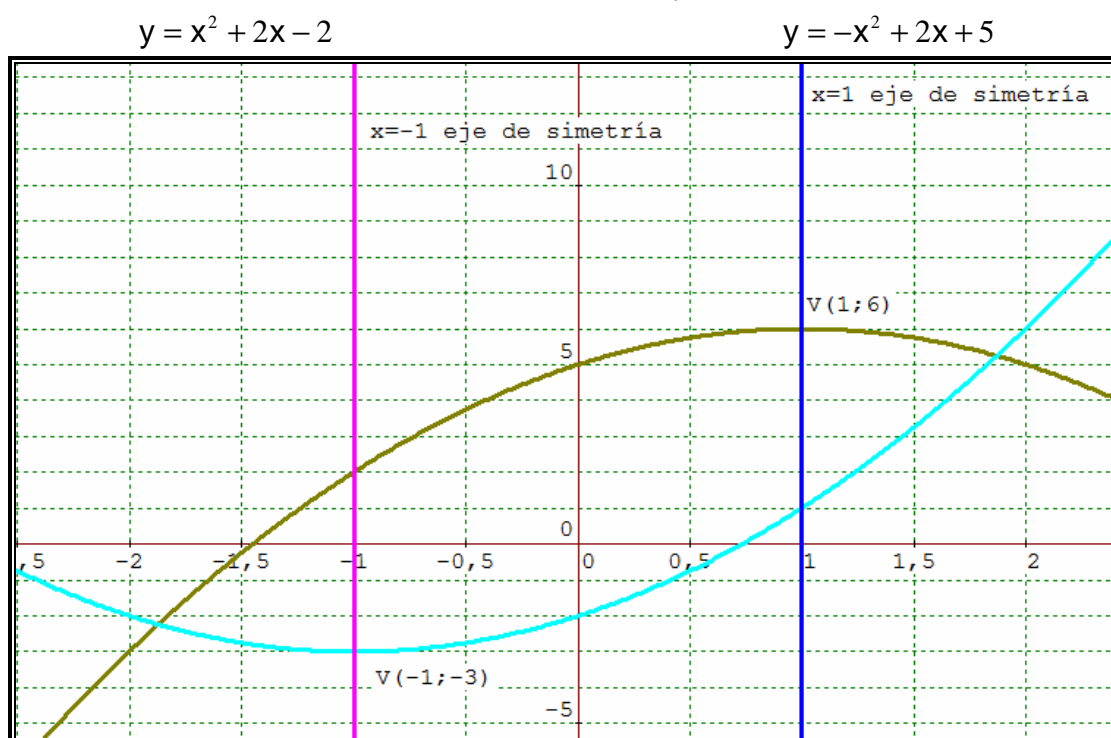


2.- Función cuadrática

La forma en que aparece la ecuación se clasifica en completa y en incompleta

Función cuadrática completa: $f(x) = ax^2 + bx + c$

formas incompletas: $\begin{cases} f(x) = ax^2 \\ f(x) = ax^2 + bx \\ f(x) = ax^2 + c \end{cases}$



Como se ve en el gráfico la función cuadrática completa tiene el **eje de simetría**, x_v , que **no** coincide con el **eje y**, es posible calcular el vértice que será el punto máximo si el signo de a es negativo y será el punto mínimo si el signo de a es positivo. el coeficiente a indica si la parrabola tiene máximo o mínimo, (triste o alegre) y su valor absoluto indica cuan afilada es la gráfica.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times 1} = -1 \text{ (gráfica con mínimo)} \quad x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2 \times 1} = 1 \text{ (con máximo)}$$

$$\text{mínimo: } f(x_v) = f(-1) = -3$$

$$\text{máximo: } f(x_v) = f(1) = 6$$

El **valor** del coeficiente **b** indica el **corrimiento** que experimenta el **eje de simetría sobre** el eje **x**, si b tiene signo $-$ el eje se corre hacia la derecha y si el sino es $+$ se corre hacia la izquierda.

El valor de **c** indica el valor del **corte** de la **gráfica** con el eje **y** equivale a la **“ordenada al origen”** de la función lineal.

Cuando se conocen los valores de las raíces de la función cuadrática se puede calcular la posición del eje de simetría, x_v , usando la fórmula siguiente:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

FORMAS INCOMPLETAS

b=0 El eje de la parábola es el **eje y**.

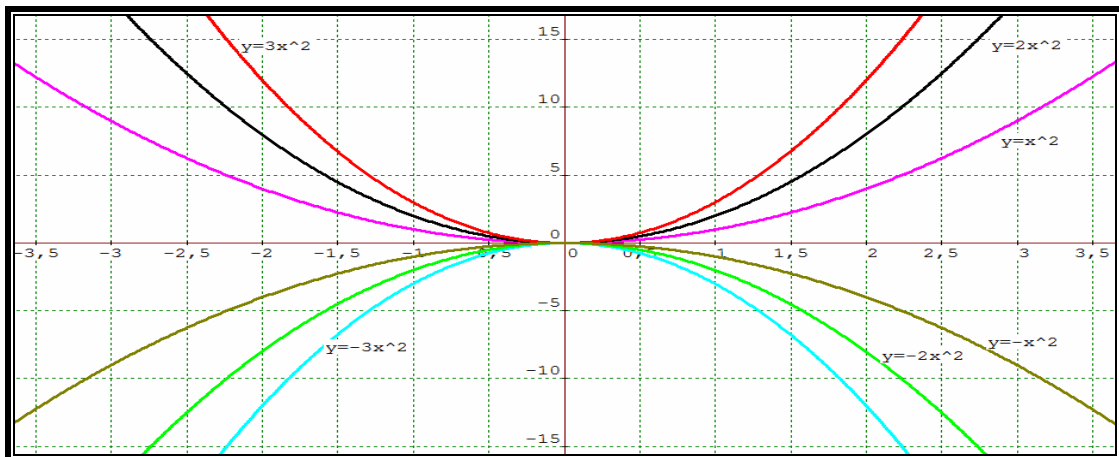
c=0 el mínimo o máximo de la parábola es 0, coincide con el eje x

b=0 y c=0: el vértice de la parábola está sobre el eje x, y el eje de simetría es el eje y.

Dominio: Toda función cuadrática Dom= IR

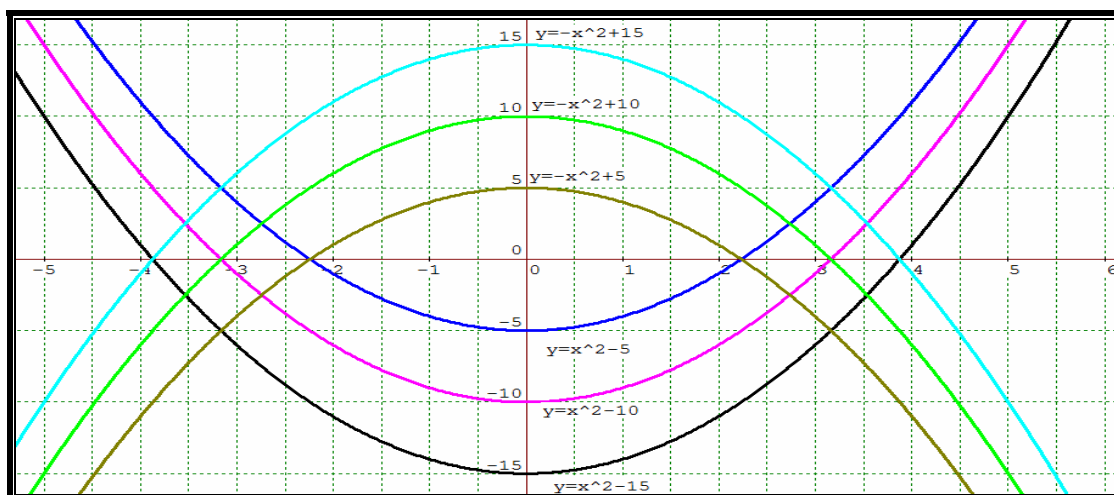
imagen: $(y_v; +\infty)$ o bien $(-\infty, y_v)$ según **a** sea **positivo** o **negativo**.

En la gráfica siguiente se pueden ver gráficas de parábolas que provienen de ecuaciones incompletas con **b=0** y **c=0**. Por otra parte se puede ver el efecto del **signo** de **a** y el efecto del **valor absoluto** de **a**



En el gráfico siguiente se pueden ver gráficas de funciones cuadráticas incompletas con **b=0**, en ellas se observa que el eje de simetría es el eje y, o sea $x=0$. El vértice de la parábola se encuentra sobre el eje y con el valor correspondiente a **c**.

En otras palabras, el vértice está en el punto $V(0;c)$

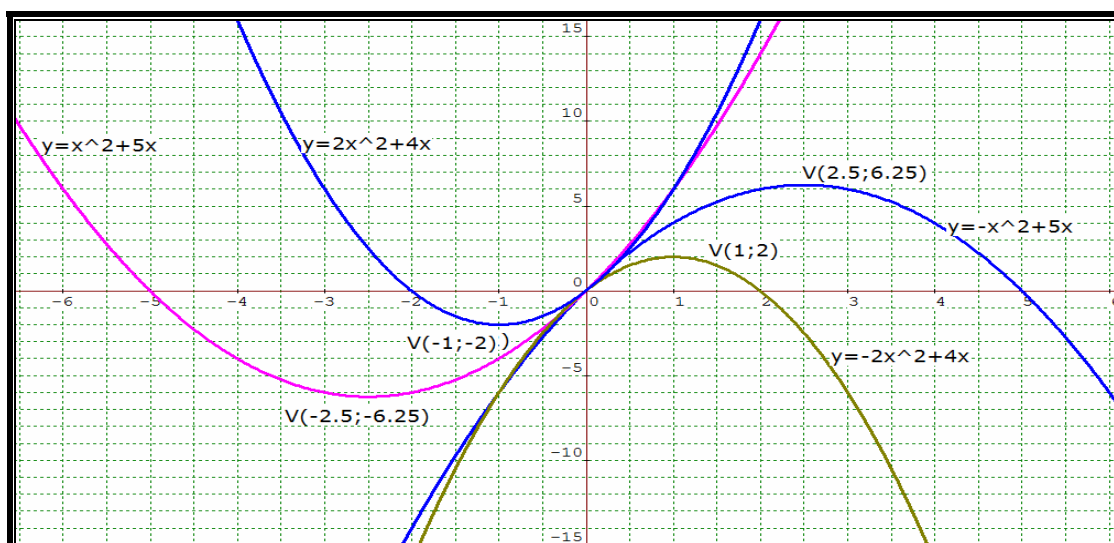


En el gráfico siguiente se pueden ver gráficas de funciones cuadráticas incompletas con $c=0$, en ellas se observa que el eje de simetría ya no es el eje y , o sea $x=0$. El vértice de la parábola se encuentra sobre el eje x con el valor correspondiente a $y=-b/2a$.

En otras palabras, el **vértice** está en el punto $V(-b/2a; 0)$.

Otra característica notable consiste en que en todos estos casos $f(0)=0$

También es notable ver que el valor del coeficiente b actúa produciendo el corrimiento del vértice y con él el eje de simetría de la parábola.



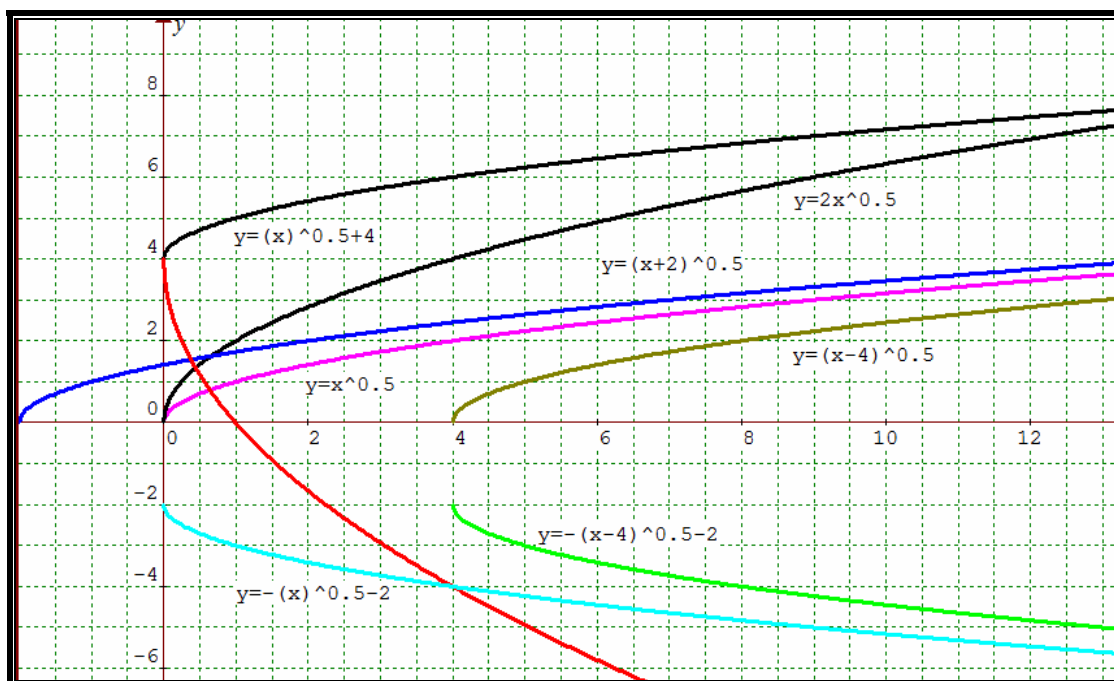
FUNCIÓN CUADRÁTICA DE EJE HORIZONTAL $f(x) = \sqrt{x}$

Corresponde a la forma $y^2=x$ que llevada a la forma habitual se convierte en

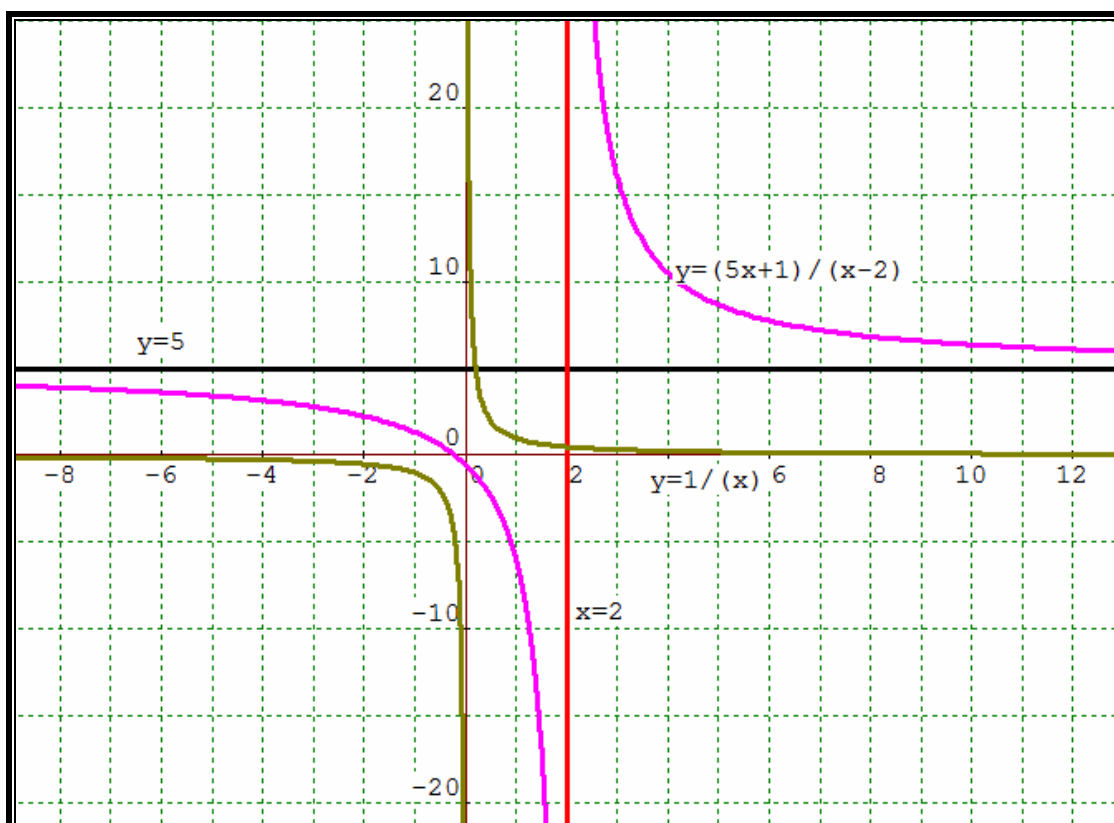
$$y = \sqrt{x} \text{ o bien } y = x^{\frac{1}{2}} \quad \text{Dom}[\sqrt{x}] = (0; +\infty) \quad \text{Im}[\sqrt{x}] = (0; +\infty)$$

Se considera sólo la rama positiva para que la función exista.

En el gráfico siguiente se representan varios casos.



FUNCIÓN HOMOGRAFICA $h(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

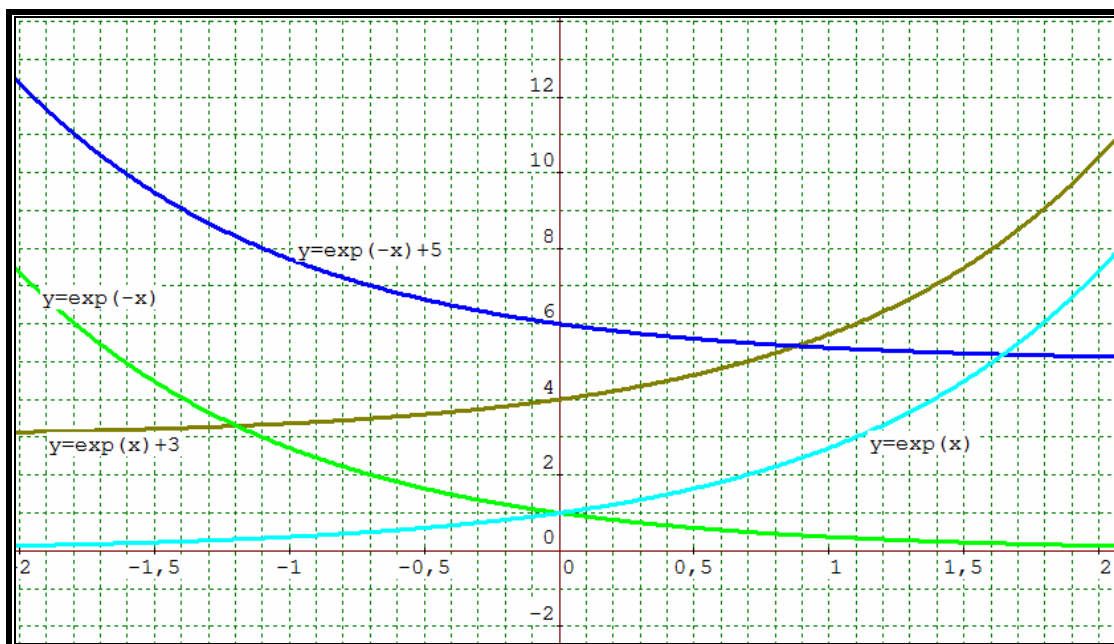


$\text{Dom}[h(x)] = \mathbb{R} - \{\alpha\}$ siendo $x = \alpha$ la asíntota vertical donde $cx+d=0$

obien $\alpha = -\frac{d}{c}$

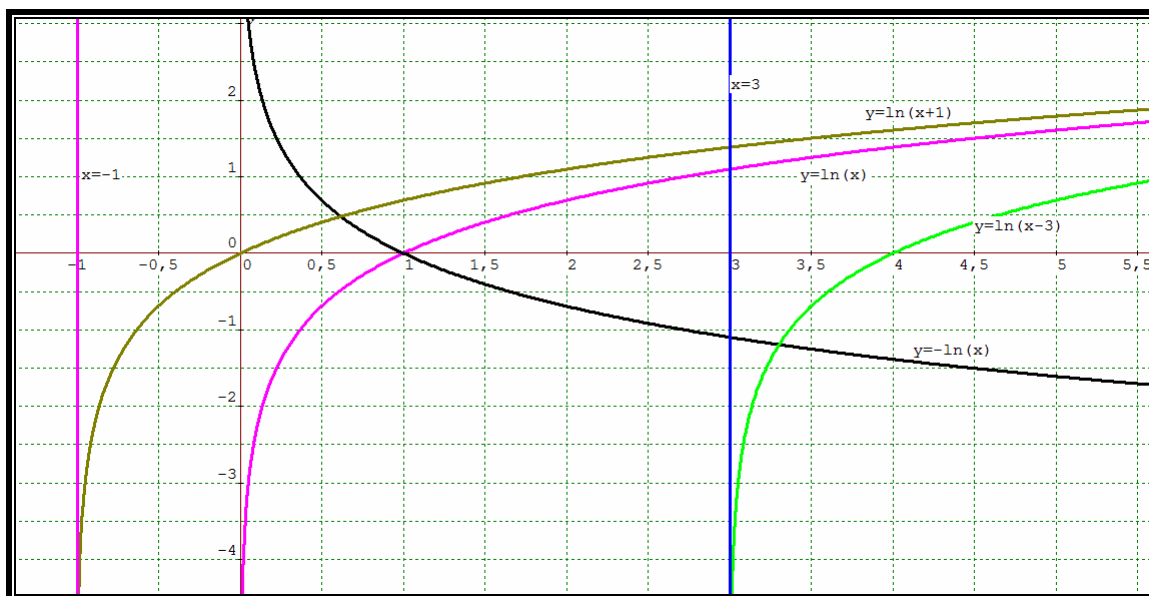
$\text{Im}[h(x)] = \mathbb{R} - \{\beta\}$ siendo $y = \beta$ la asíntota horizontal donde $\beta = \frac{a}{c}$

FUNCIÓN EXPONENCIAL $f(x) = e^x$



$\text{Dom}[e^x] = \mathbb{R}$ $\text{Im}[e^x] = \mathbb{R}^+ = (0; +\infty)$ $f(x) = e^x$ tiene una asíntota horizontal que en este caso es $y = 0$.

FUNCIÓN LOGARÍTMICA $f(x) = \ln x$



$\text{Dom}[\ln x] = \mathbb{R}^+ = (0; +\infty)$ $\text{Im}[\ln x] = \mathbb{R}$ Tiene una asíntota vertical $x = 0$
©Rubén Víctor Innocentini-2011