

PRÁCTICA 4

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ejercicio 1.-

α	0	30	45	60	90	120	-150	450	660	225	510	-60	210
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ejercicio 2.-

	$\alpha 1$	$\alpha 2$		$\alpha 1$	$\alpha 2$
a	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	b	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$
c	π	\nexists	d	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
e	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	f	$\frac{3\pi}{2}$	\nexists
g	\nexists	\nexists	h	0.436π	1.564π
i	0.3π	0.7π	j	-0.217π	-0.783π

Ejercicio 3.-

	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	$\alpha 4$
a	$-\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
b	$-\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
c	$-\frac{\pi}{2}$			
d	-1.564π	-0.436π	0.436π	

Ejercicio 4.-

a	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$						
	$C+=[0; \frac{7\pi}{6}) \cup (\frac{11\pi}{6}; 2\pi]$				$C-=(\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6})$			
b	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$				
	$C+=[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6})$				$C-=(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}; 2\pi]$			
c	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{4}$				
	$C+=[0; \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{7\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}) \cup (\frac{15\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}) \cup (\frac{15\pi}{4}; \frac{19\pi}{4})$				$C-=(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}) \cup (\frac{11\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}) \cup (\frac{19\pi}{4}; 2\pi]$			
d	$-\pi$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	π			
	$C+=(0; \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}; \pi]$				$C-=[-\pi; 0) \cup (\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6})$			
e	$\frac{7\pi}{8}$	$\frac{15\pi}{8}$	$\frac{23\pi}{8}$					
	$C+=[0; \frac{7\pi}{8}) \cup (\frac{7\pi}{8}; \frac{15\pi}{8}) \cup (\frac{15\pi}{8}; \frac{23\pi}{8}) \cup (\frac{23\pi}{8}; 3\pi]$							
f	\nexists							
	\nexists							
g	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
	$C+=[-\pi; -\frac{5\pi}{6}) \cup (-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}) \cup (-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}) \cup (\frac{5\pi}{6}; \pi]$				$C-=(\frac{5\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}) \cup (\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6})$			
h	5π							
	$C-=(0; 5\pi]$							

Ejercicio 5.-

$-\pi/2$	$\pi/2$	$3-\pi/2$
----------	---------	-----------

Ejercicio 6.-

$\pi/8$	$3\pi/8$	$9\pi/8$	$11\pi/8$
---------	----------	----------	-----------

Ejercicio 7.-

$a = 2$

$C+ = [-\pi; \pi/6] \cup (5\pi/6; \pi]$

$C- = (\pi/6; 5\pi/6)$

Ejercicio 8.-

	min	Mínimo en	máx	Máximo en
a	-1/2	$\pi/2 + 2k\pi$	1/2	$\pi/2 + 2k\pi$
b	-1	$\pi + 2k\pi$	3	$0 + 2k\pi$
c	-3	$\pi/2 + 2k\pi$	3	$3\pi/2 + 2k\pi$
d	-4/3	$-\pi/6 + 2k\pi$	-2/3	$-\pi/2 + 2k\pi$

Ejercicio 9.-

	imagen	amplitud	período
a	$[-1; 1]$	1	2π
b	$[-5; 5]$	5	$2\pi/3$
c	$[-1; 1]$	1	π
d	$[-2; 2]$	2	$2\pi/k$

Ejercicio 10.-

$b=3$

$x_0 = \pi/2$

$x_1 = \pi$

Ejercicio 11.-

$s(t) = 5\text{sen}(4\pi t)$

Tiempo (seg)	Distancia "s" (cm)	lado
$4/3$	$-13/3$	izquierda
2	0	centro
$17/8$	5	derecha

Distancia máxima a izquierda $s = 5$ cm $t = (17/8 + 2k \cdot 0.5)$ seg

Distancia máxima a izquierda $s = -5$ cm $t = [(17/8 + (2k-1)0.5)]$ seg

período $T = 0.5$ seg

Ejercicio 12.-

$F(t) = 0.6 \text{sen} [(\pi/2)t]$

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Ejercicio 13.-

Por razones tipográficas $f(x) = e^x$ se escribirá como $f(x) = \exp(x)$



FUNCIÓN	IMAGEN	Asíntota vertical	Asíntota horizontal
$f(x)=\exp(x)-3$	$(-3; +\infty)$	\nexists	$Y=-3$
$g(x)=\exp(x-1)$	$(0; +\infty)$	\nexists	$Y=0$
$f(x)=\exp(-x)+2$	$(+\infty; 2)$	\nexists	$Y=2$

Ejercicio 14.-

FUNCIÓN	Lím: $x \rightarrow +\infty$	Lím: $x \rightarrow -\infty$	Asíntota horizontal
$f(x)=\exp(-x^2)$	0	0	$y=3$
$f(x)=(\frac{1}{2})^{2x}$	0	$+\infty$	$y=0$
$f(x)=\exp(-x+1)+4$	4	$+\infty$	$y=4$

Ejercicio 15.-

función	dominio	imagen	A.H.	A.V.
$f(x)=\exp(1/x)$	$\mathbb{R}-\{0\}$	$(0; +\infty)$	$y=1$	$x=0$
$f(x)=3+\exp(-2/x)$	$\mathbb{R}-\{0\}$	$(3; +\infty)$	$y=4$	$x=0$

Ejercicio 16.-

función	1	2	3	4
gráfica	iv	ii	iii	i

Ejercicio 17.-

inv(f)	dominio	imagen
$\ln(x+3)$	$(-3; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$1-\exp(x)$	\mathbb{R}	$(-\infty; +1)$
$(1/3)[\ln((x-1)/2)-1]$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$(1/3)[\exp(1-x)-2]$	$(-\infty; +\infty)$	$(-2/3; +\infty)$

Ejercicio 18.-

item	dominio	A.V.	ceros
a	$(1; +\infty)$	$x=1$	2
	$C+= (2; +\infty)$	$C-= (-\infty; 2)$	
b	$(-\infty; +\infty)$	$x=-\sqrt{2}; x=\sqrt{2}$	$\sqrt{3}; -\sqrt{3}$
	$C+= (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$	$C-= (-\sqrt{3}; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; \sqrt{3})$	
c	$[0; \pi/2) \cup (\pi/2; 5\pi/2) \cup (5\pi/2; 3\pi]$	$x=\pi/2; x=5\pi/2$	$0; \pi; 2\pi; 3\pi$
	$C+= (-\infty; \pi/2) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$	$C-= (-\sqrt{3}; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; \sqrt{3})$	
d	$(-2/3; +\infty)$	$x=-2/3$	0.2394
	$C+= (-2; 0.23943)$	$C-= (0.23943; +\infty)$	
e	$(-\infty; +\infty)$	\emptyset	2; 3
	$C+= (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$	$C-= (2; 3)$	
f	$(-\infty; 1)$	$x=1$	0
	$C+= (-\infty; 0)$	$C-= (0; 1)$	

Ejercicio 19.-

$$h(x) = (f \circ g)(x) = \ln(3x + 1) \qquad h^{-1}(x) = \frac{e^x - 1}{3}$$

Ejercicio 20.-

$$P = 2.4e^{1.84A}$$

Ejercicio 21.-

- a) La población alcanza los 400 millones en el año 2061.
- b) La población será el doble en el año 2099.

Ejercicio 22.-

$$C = 2 \qquad a = 1.5 \qquad f(x) = 2(1.5)^x$$

Ejercicio 23.-

a	b	c	d
$a(2)=5525.85 \$$	$a(6.75)=7007.19 \$$	$P=9048.37 \$$	$t = 21.97$ años

Ejercicio 24.-

a	b	c	d	e
0.6519	0.277 g 0.178 g 0.116 g	2.16 g	t 520 años año 2320	t=-900 año 900