TRES EJERCICIOS DE IDENTIDADES VERIFICADOS

Ejercicios verificados para responder a una consulta.

Revisión introductoria:

Las seis identidades trigonométricas básicas

$1)\,sen^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1$	$2)\,tg\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha}$	$3)\,cot\,g\alpha = \dfrac{cos\,\alpha}{sen\,\alpha}$
$4)\,sec\,\alpha = \dfrac{1}{cos\,\alpha}$	$5)\,cos\,ec\alpha = \dfrac{1}{sen\,\alpha}$	$6)\,cot\,g\alpha = \dfrac{1}{tg\,\alpha}$

La operatoria para el desarrollo de la verificación tiene tres variantes, en general cada profesor recomienda una o mas de los tres formas que paso a detallar:

a) **Partiendo del primer miembro** se llega al segundo por aplicación de operatoria y reemplazo de identidades.
b) **Partiendo del segundo miembro** se llega al primero por aplicación de operatoria y reemplazo de identidades.
c) **Se opera con los dos miembros** por aplicación de la operatoria y el reemplazo de identidades hasta llegar a una igualdad evidente.

En esta clase de ejercicios **nunca** se realiza **pasaje de términos** de un miembro a otro de la igualdad, en consecuencia, los términos siempre permanecen en el miembro en que se originaron.

Ejercicio Nro. 1.-

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^4 x}{sen^2 x}$$ Identidad original

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x}{sen^2 x} - \cos^2 x$$ Comienzo por la izquierda reemplazando:

$$\cot g^2 x = \frac{\cos^2 x}{sen^2 x}$$

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^2 x * sen^2 x}{sen^2 x}$$ extrayendo denominador común $sen^2 x$

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x(1 - sen^2 x)}{sen^2 x}$$ extrayendo factor común $\cos^2 x$

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x(\cos^2 x)}{sen^2 x}$$ remplazando por identidad pitagórica

$$(1 - sen^2 x) = \cos^2 x$$

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^4 x}{sen^2 x}$$ multiplicando en el numeradorse llega a $\dfrac{\cos^4 x}{sen^2 x}$

$$\cot g^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^4 x}{sen^2 x}$$ LA IDENTIDAD QUEDÓ VERIFICADA.

La **identidad** quedó **verificada** porque **partiendo de la identidad de la izquierda** y haciendo reeplazos válidos y operaciones algebraicas lícitas **se llegó a la identidad** correpondiente al término **de la derecha**. **Para practicar** se puede **partir de la** identidad de la **derecha y**, procediendo como antes **llegar a la identidad de la izquierda**.

Ejercicio Nro. 2.-

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \cot^2 x$ Identidad original

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \left(1+\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x}\right)\cos^2 x$ parto de la izquierda reemplazando:

$1+\text{cotg}^2 x = 1+\left(\frac{\cos x}{\text{sen}x}\right)^2 = 1+\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x}$

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \left(\frac{\text{sen}^2 x+\cos^2 x}{\text{sen}^2 x}\right)\cos^2 x$ opero aplicando denominador común $1+\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x} =$

$= \frac{\text{sen}^2 x+\cos^2 x}{\text{sen}^2}$

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \left(\frac{1}{\text{sen}^2 x}\right)\cos^2 x$ aplicando la identidad pitagórica $\text{sen}^2 x+\cos^2 x = 1$

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \left(\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x}\right)$ opero $\left(\frac{1}{\text{sen}^2 x}\right)\cos^2 x = \left(\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x}\right)$

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = (\cot^2 x)$ aplico la identidad $\frac{\cos^2 x}{\text{sen}^2 x} = \cot^2 x$

$(1+\cot^2 x)\cos^2 x = \cot^2 x$ LA IDENTIDAD QUEDÓ VERIFICADA

Ejercicio Nro. 3.-

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = 0$ comienzo por la izquierda

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = \frac{1}{\cos x}\left(\frac{1}{\cos x}-\cos x\right)-\text{tg}^2 x$ reemplazando $\sec x=\frac{1}{\cos x}$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = \frac{1}{\cos x}\left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos x}\right)-\text{tg}^2 x$ Común denominador:

$\left(\frac{1}{\cos x}-\cos x\right) = \left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos x}\right)$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = \left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\right)-\tan^2 x$ multiplicando:

$\frac{1}{\cos x}\left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos x}\right) = \left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\right)$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = \left(\frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x}\right)-\text{tg}^2 x$ aplicando identidad pitagórica:

$1-\cos^2 x = \text{sen}^2 x$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = \left(\frac{\text{sen}x}{\cos x}\right)^2-\text{tg}^2 x$ reemplazando $\left(\frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x}\right) = \left(\frac{\text{sen}x}{\cos x}\right)^2$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = (\text{tg}x)^2-\text{tg}^2 x$ reemplazando $\frac{\text{sen}x}{\cos x} = \text{tg}x$

$\sec x(\sec x-\cos x)-\text{tg}^2 x = 0$ LA IDENTIDAD QUEDÓ VERIFICADA.